DYNAMISCHE SPANNINGSVERGELIJKINGEN VAN DE INDUCTIEMOTOR

STATOR

$$\left[v_{abc,s}\right] = R_s\left[i_{abc,s}\right] + \frac{d}{dt}\left[\lambda_{abc,s}\right] \Leftrightarrow \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \end{bmatrix} \tag{1}$$

Gekoppelde flux van de stator

$$\left[\lambda_{abc,s}\right] = \left[L_s\right]\left[i_{abc,s}\right] + \left[L_{sr}\right]\left[i_{abc,r}\right]$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{as,as} & L_{as,bs} & L_{as,cs} \\ L_{bs,as} & L_{bs,bs} & L_{bs,cs} \\ L_{cs,as} & L_{cs,bs} & L_{cs,cs} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{as,ar} & L_{as,br} & L_{as,cr} \\ L_{bs,ar} & L_{bs,br} & L_{bs,cr} \\ L_{cs,ar} & L_{cs,br} & L_{cs,cr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ms} + L_{ls} & -L_{ms}/2 & -L_{ms}/2 \\ -L_{ms}/2 & L_{ms} + L_{ls} & -L_{ms}/2 \\ -L_{ms}/2 & -L_{ms}/2 & L_{ms} + L_{ls} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} + \frac{N_r}{N_s} L_{ms} \begin{bmatrix} \cos\vartheta_r & \cos\left(\vartheta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\vartheta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\vartheta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\vartheta_r & \cos\left(\vartheta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\vartheta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\vartheta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\vartheta_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{ar} \\ i_{br} \\ i_{cr} \end{bmatrix}$$

L_{ms}	=	magnetisatie-inductantie van de statorwikkelingen gekoppeld met de rotor
L_{ls}	=	lekinductantie van de statorwindingen
$(N_r/N_s).L_{ms}$	=	de amplitude van de wederzijdse inductanties tussen stator en rotorwikkelingen

Het produkt $(N_r/N_s).[i_{abc,r}]$ vormt de driefasige rotorstroom betrokken op de stator (het is de driefasige statorstroom die correspondeert met de werkelijke driefasige rotorstroom die in de rotorwikkelingen stroomt).
De driefasige rotorstroom betrokken op de stator duiden we aan met $[i'_{abc,r}]$.

$$\begin{bmatrix} \lambda_{as} \\ \lambda_{bs} \\ \lambda_{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ms} + L_{ls} & -L_{ms}/2 & -L_{ms}/2 \\ -L_{ms}/2 & L_{ms} + L_{ls} & -L_{ms}/2 \\ -L_{ms}/2 & -L_{ms}/2 & L_{ms} + L_{ls} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \\ i_{cs} \end{bmatrix} + L_{ms} \begin{bmatrix} \cos\vartheta_r & \cos\left(\vartheta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\vartheta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\vartheta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\vartheta_r & \cos\left(\vartheta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\vartheta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\vartheta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\vartheta_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i'_{ar} \\ i'_{br} \\ i'_{cr} \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \left[\lambda_{abc,s}\right] = \left[L_s\right]\left[i_{abc,s}\right] + \left[L'_{sr}\right]\left[i'_{abc,r}\right] \tag{3}$$

ROTOR

Spanningsvergelijking van de rotor betrokken op de stator

$$\left[v_{abc,r}\right]=R_r\left[i_{abc,r}\right]+\frac{d}{dt}\left[\lambda_{abc,r}\right]$$

$$\Leftrightarrow \frac{N_s}{N_r}\left[v_{abc,r}\right]=\frac{N_s}{N_r}R_r\left[i_{abc,r}\right]+\frac{N_s}{N_r}\frac{d}{dt}\left[\lambda_{abc,r}\right]$$

$$\Leftrightarrow \left[v'_{abc,r}\right]=\left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 R_r\left[i'_{abc,r}\right]+\frac{d}{dt}\left[\lambda'_{abc,r}\right]$$

$$\Leftrightarrow \left[v'_{abc,r}\right]=R'_r\left[i'_{abc,r}\right]+\frac{d}{dt}\left[\lambda'_{abc,r}\right]$$

ROTORGROOTHEDEN BETROKKEN OP DE STATOR

$$\left[i'_{abc,r}\right]=\frac{N_r}{N_s}\left[i_{abc,r}\right]$$

$$\left[v'_{abc,r}\right]=\frac{N_s}{N_r}\left[v_{abc,r}\right]$$

$$\left[\lambda'_{abc,r}\right]=\frac{N_s}{N_r}\left[\lambda_{abc,r}\right]$$

$$L_{mr}=\left(\frac{N_r}{N_s}\right)^2 L_{ms} \qquad (4)$$

Gekoppelde flux van de rotor betrokken op de stator

$$\left[\lambda_{abc,r}\right]=\left[L_r\right]\left[i_{abc,r}\right]+\left[L_{sr}\right]^T\left[i_{abc,s}\right]$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix}\lambda_{ar}\\ \lambda_{br}\\ \lambda_{cr}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}L_{ar,ar} & L_{ar,br} & L_{ar,cr}\\ L_{br,ar} & L_{br,br} & L_{br,cr}\\ L_{cr,ar} & L_{cr,br} & L_{cr,cr}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}i_{ar}\\ i_{br}\\ i_{cr}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}L_{ar,as} & L_{ar,bs} & L_{ar,cs}\\ L_{br,as} & L_{br,bs} & L_{br,cr}\\ L_{cr,as} & L_{cr,bs} & L_{cr,cs}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}i_{as}\\ i_{bs}\\ i_{cs}\end{bmatrix}$$

Lsr = (Nr / Ns) . Lms

$$\Leftrightarrow \frac{N_s}{N_r}\begin{bmatrix}\lambda_{ar}\\ \lambda_{br}\\ \lambda_{cr}\end{bmatrix}=\frac{N_s}{N_r}\begin{bmatrix}L_{mr}+L_{lr} & -L_{mr}/2 & -L_{mr}/2\\ -L_{mr}/2 & L_{mr}+L_{lr} & -L_{mr}/2\\ -L_{mr}/2 & -L_{mr}/2 & L_{mr}+L_{lr}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}i_{ar}\\ i_{br}\\ i_{cr}\end{bmatrix}+\frac{N_s}{N_r}L_{sr}\begin{bmatrix}\cos\vartheta_r & \cos\left(\vartheta_r-\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\vartheta_r+\frac{2\pi}{3}\right)\\ \cos\left(\vartheta_r+\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\vartheta_r & \cos\left(\vartheta_r-\frac{2\pi}{3}\right)\\ \cos\left(\vartheta_r-\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\vartheta_r+\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\vartheta_r\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}i_{as}\\ i_{bs}\\ i_{cs}\end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix}\lambda'_{ar}\\ \lambda'_{br}\\ \lambda'_{cr}\end{bmatrix}=\left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2\left(\frac{N_r}{N_s}\right)^2\begin{bmatrix}L_{ms}+\left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 L_{lr} & -L_{ms}/2 & -L_{ms}/2\\ -L_{ms}/2 & L_{ms}+\left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 L_{lr} & -L_{ms}/2\\ -L_{ms}/2 & -L_{ms}/2 & L_{ms}+\left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 L_{lr}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}i'_{ar}\\ i'_{br}\\ i'_{cr}\end{bmatrix}+L_{ms}\begin{bmatrix}\cos\vartheta_r & \cos\left(\vartheta_r-\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\vartheta_r+\frac{2\pi}{3}\right)\\ \cos\left(\vartheta_r+\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\vartheta_r & \cos\left(\vartheta_r-\frac{2\pi}{3}\right)\\ \cos\left(\vartheta_r-\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\vartheta_r+\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\vartheta_r\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}i_{as}\\ i_{bs}\\ i_{cs}\end{bmatrix} \qquad (5)$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix}\lambda'_{ar}\\ \lambda'_{br}\\ \lambda'_{cr}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}L_{ms}+L'_{lr} & -L_{ms}/2 & -L_{ms}/2\\ -L_{ms}/2 & L_{ms}+L'_{lr} & -L_{ms}/2\\ -L_{ms}/2 & -L_{ms}/2 & L_{ms}+L'_{lr}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}i'_{ar}\\ i'_{br}\\ i'_{cr}\end{bmatrix}+L_{ms}\begin{bmatrix}\cos\vartheta_r & \cos\left(\vartheta_r-\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\vartheta_r+\frac{2\pi}{3}\right)\\ \cos\left(\vartheta_r+\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\vartheta_r & \cos\left(\vartheta_r-\frac{2\pi}{3}\right)\\ \cos\left(\vartheta_r-\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\vartheta_r+\frac{2\pi}{3}\right) & \cos\vartheta_r\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}i_{as}\\ i_{bs}\\ i_{cs}\end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \left[\lambda'_{abc,r}\right]=\left[L'_r\right]\left[i'_{abc,r}\right]+\left[L'_{sr}\right]^T\left[i_{abc,s}\right]$$