
DE RADIATOR

I. WARMTEAFGIFTE VAN EEN RADIATOR

1. De warmteoverdracht Q_e [W] tussen twee stromende fluida in een warmtewisselaar wordt algemeen beschreven door:

$$Q_e = k \cdot LMTD^n \quad (1)$$

k = het product van de warmtedoorgangscoefficiënt U [W/m²K] en de warmtewisselende oppervlakte A [m²] van de warmtewisselaar; er wordt bij benadering aangenomen dat dit product een constante is.

n = de warmtewisselaarexponent; de waarde is afhankelijk van het soort warmtewisselaar (radiator: $n = \text{ca. } 1,3$).

$LMTD$ = het logaritmisches gemiddeld temperatuurverschil (*Logarithmic Mean Temperature Difference*) tussen de twee fluida:

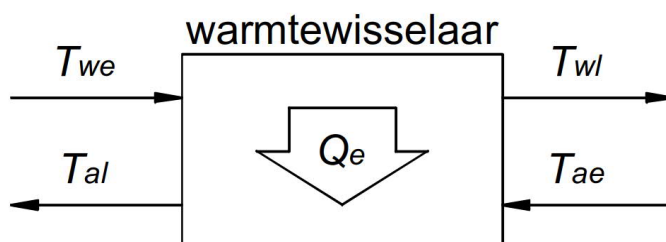
$$LMTD = \frac{\Delta T_{max} - \Delta T_{min}}{\ln(\Delta T_{max} / \Delta T_{min})} \quad (2)$$

ΔT_{max} = het maximaal temperatuurverschil tussen de fluida; dit kan aan de ene of de andere kant van de warmtewisselaar zijn.

ΔT_{min} = het minimaal temperatuurverschil tussen de fluida aan de ene of de andere kant van de warmtewisselaar.

2. Het logaritmisches temperatuurverschil kan in de praktijk ter vereenvoudiging ook worden benaderd door een geometrisches gemiddeld temperatuurverschil:

$$LMTD \approx \sqrt{\Delta T_{max} \cdot \Delta T_{min}} \quad (3)$$



3. In het geval van een tegenstroomwarmtewisselaar water/lucht kan men vgl. (1) m.b.v. vgl. (3) uitwerken tot:

$$Q_e = k[\Delta T_{max} \cdot \Delta T_{min}]^{n/2} = k[(T_{we} - T_{al}) \cdot (T_{wl} - T_{ae})]^{n/2} \quad (4)$$

T_{we} = de temperatuur van het water aan de waterzijdige ingang van de warmtewisselaar [°C]

T_{al} = de temperatuur van de lucht aan de luchtzijdige uitgang van de warmtewisselaar [°C]

T_{wl} = de temperatuur van het water aan de waterzijdige uitgang van de warmtewisselaar [°C]

T_{ae} = de temperatuur van de lucht aan de luchtzijdige ingang van de warmtewisselaar [°C]

Tussen de temperaturen aan de water- en luchtzijdige kant van de warmtewisselaar bestaan de betrekkingen:

$$T_{wl} = T_{we} - \Delta T_w \quad (5.a)$$

$$T_{al} = T_{ae} + \Delta T_a \quad (5.b)$$

De watertemperatuur daalt tussen de in- en uitgang met een bedrag ΔT_w [K] (de waterstroom geeft in de warmtewisselaar warmte af) en de luchttemperatuur stijgt tussen de in- en uitgang met een bedrag ΔT_a [K] (de luchtstroom neemt in de warmtewisselaar de door het water afgegeven warmte op).

Substitutie in vgl. (4):

$$Q_e = k[(T_{we} - T_{ae} - \Delta T_a) \cdot (T_{we} - \Delta T_w - T_{ae})]^{n/2} \quad (6)$$

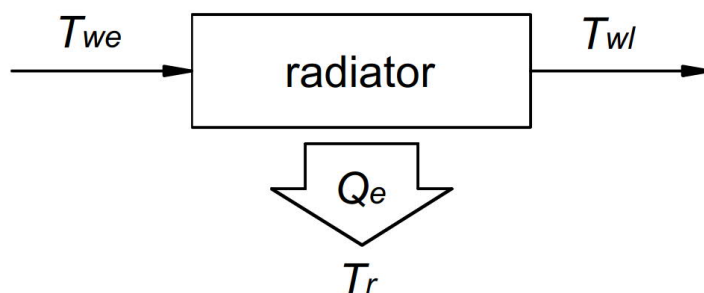
De temperatuur T_{ae} van de lucht aan de ingang van de warmtewisselaar is theoretisch gezien de laagst mogelijke temperatuur waarnaar de waterstroom aan de uitgang van de warmtewisselaar kan afgekoeld worden. De theoretisch maximale temperatuurdaling van het water duiden we aan met:

$$\Delta T_{w,max} = T_{we} - T_{ae} \quad (7)$$

Daarmee kunnen we vgl. (6) uitwerken tot:

$$\begin{aligned} Q_e &= k[(\Delta T_{w,max} - \Delta T_a) \cdot (\Delta T_{w,max} - \Delta T_w)]^{n/2} \\ &= k[\Delta T_{w,max}^2 - \Delta T_{w,max}(\Delta T_w + \Delta T_a) + \Delta T_w \Delta T_a]^{n/2} \end{aligned} \quad (8)$$

4. In het geval van een radiator beschouwt men alleen de ruimtetemperatuur T_r .



De natuurlijke convectiestroming van de lucht doorheen de radiator wordt buiten beschouwing gelaten. Men stelt $T_{al} = T_{ae} = T_r$, zodat ook $\Delta T_a = 0$. Men kan vgl. (8) nu schrijven als:

$$Q_e = k \left(\Delta T_{w,max}^2 - \Delta T_{w,max} \Delta T_w \right)^{n/2} \quad (9)$$

6. De temperatuurdaling ΔT_w van het verwarmingswater zal afhangen van het volumedebiet water doorheen de radiator. Hoe sneller het water door de radiator stroomt, hoe kleiner de temperatuurdaling zal zijn en vice-versa. Tussen de warmteafgifte van de radiator, het volumedebiet en de temperatuurdaling van de waterstroom bestaat de betrekking:

$$Q_e = \rho_w c_w V_w \Delta T_w \quad (10)$$

$$\Leftrightarrow \Delta T_w = \frac{Q_e}{\rho_w c_w V_w}$$

- Q_e = de warmteafgifte van de radiator [W]
 V_w = het volumedebiet van het water doorheen de radiator [m³/s]
 ΔT_w = de temperatuurdaling van het water tussen in- en uitgang van de radiator [K]
 ρ_w = de massadichtheid van het verwarmingswater [kg/m³]
 c_w = de specifieke warmtecapaciteit van het water [J/(kg.K)]

Substitutie van vgl. (10) in vgl. (9):

$$Q_e = k \left(\Delta T_{w,max}^2 - \Delta T_{w,max} \frac{Q_e}{\rho_w c_w V_w} \right)^{n/2} \quad (11.a)$$

met:

$$\Delta T_{w,max} = T_{we} - T_r \quad (11.b)$$

Vgl. (11) drukt uit dat de warmteafgifte van een radiator met een gegeven k -factor en een gegeven n -exponent zal bepaald worden door nog drie andere 'procesfactoren':

- (1) de aanvoertemperatuur T_{we} van het verwarmingswater,
- (2) het volumedebiet V_w van het verwarmingswater, en
- (3) de ruimtetemperatuur T_r .

II. NOMINALE SPECIFICATIES VAN EEN RADIATOR – k -FACTOR

1. In een catalogus wordt de warmteafgifte van een radiator opgegeven onder 'nominale condities'. Deze condities zijn:

- de wateraanvoertemperatuur $T_{we,nom}$ aan de ingang van de radiator [°C]
- de waterretourtemperatuur $T_{wl,nom}$ aan de uitgang van de radiator [°C]
- de ruimtetemperatuur $T_{r,nom}$ [°C]

Daarnaast wordt ook de radiatorexponent n in de catalogus vermeld.

2. Uit de nominale specificaties kan de k -factor van de radiator worden berekend. Deze factor wordt voor de eenvoud constant verondersteld, maar zal in werkelijkheid enigszins variëren afhankelijk van het waterdebiet (de stroomsnelheid van het water) door de radiator.

Uit vgl. (9) volgt:

$$k = Q_{e,nom} / \left(\Delta T_{w,max,nom}^2 - \Delta T_{w,max,nom} \cdot \Delta T_{w,nom} \right)^{n/2} \quad (12)$$

III. ONTWERPBELASTING: SELECTIE VAN EEN RADIATOR

1. Uit de warmteverliesberekening van een ruimte volgt de vereiste warmteafgifte Q_e [W] van een radiator onder de opgegeven ontwerpcondities.

De ontwerpcondities zijn de minimale buitentemperatuur die waarschijnlijk kan voorvallen op de geografische locatie van de ruimte (het gebouw) en de gewenste binnentemperatuur T_r [°C] die men bij die minimale buitentemperatuur in de ruimte wenst te handhaven.

2. Men selecteert uit een catalogus een radiator met een nominale warmteafgifte die ergens in de buurt ligt van het berekende warmteverlies van de ruimte (eventueel zullen meerdere radiatoren moeten geplaatst worden in de ruimte, teneinde een min of meer uniforme verwarming van de ruimte te kunnen bekomen).

Uit vgl. (12) volgt de k -factor van de radiator.

3. Men kiest de wateraanvoertemperatuur T_{we} [°C] naar de radiator. Deze zal doorgaans voor elke radiator in het gebouw worden aangehouden.

4. De vraag stelt zich nu welk volumedebiet V_w [m³/s] vereist is om de vereiste warmteafgifte van de radiator onder ontwerpcondities te bekomen. Daartoe kan eerst vgl. (9) worden opgelost naar ΔT_w :

$$\Delta T_w = \Delta T_{w,max} - \frac{(Q_e/k)^{2/n}}{\Delta T_{w,max}} \quad (13.a)$$

waarin:

$$\Delta T_{w,max} = T_{we} - T_r \quad (13.b)$$

Het rechterlid van vgl. (13.a) kan met de beschikbare gegevens worden uitgerekend. Uit vgl. (10) volgt vervolgens het vereiste volumedebiet onder ontwerpcondities:

$$V_w = \frac{Q_e}{\rho_w c_w \Delta T_w} \quad (13.c)$$

Dit zal steeds het maximaal debiet zijn dat door de radiator zal stromen als het radiatorventiel volledig openstaat.

IV. DEELBELASTING: REGELING VOLUMEDEBIET

1. De ontwerpbelasting is het maximale warmteverlies van de ruimte die zal optreden bij de mogelijke minimale buitentemperatuur. Deze buitentemperatuur zal uiteraard maar weinig voorkomen.

Bij de warmteverliesberekening van een gebouw wordt de globale warmtedoorgangscoefficient K [W/K] van een gebouw of ruimte bepaald:

$$K = \sum_i^n U_i A_i + \rho_a c_a V_a \quad (14)$$

U_i = de warmtedoorgangscoefficient van bouwdeel i dat de ruimte begrenst (muur, vloer, plafond,...) [W/(m².K)].

A_i = de oppervlakte van het bouwdeel i [m²]

V_a = het ventilatie- of infiltratieluchtdebiet in de ruimte [m³/s]

ρ_a = de massadichtheid van lucht [kg/m³]

c_a = de specifieke warmtecapaciteit van lucht [J/(kg.K)]

Het warmteverlies Q_l [W] van de ruimte bij een andere, constante buitentemperatuur T_o [°C] volgt dan uit:

$$Q_l = K(T_r - T_o) \quad (15)$$

Om de gewenste ruimtetemperatuur T_r [°C] te handhaven moet gelden dat de warmteafgifte Q_e van de radiator in balans is met het warmteverlies. Men kan opnieuw gebruikmaken van vgl. (13) om het vereiste volumedebiet te bepalen dat door de radiator moet stromen om de gewenste ruimtetemperatuur T_r te handhaven bij een willekeurige buitentemperatuur T_o die groter is dan de minimale ontwerp-buitentemperatuur.

2. De vraag kan ook worden gesteld welke ruimtetemperatuur zich zal installeren bij een gegeven buitentemperatuur als er een willekeurig volumedebiet door de radiator stroomt (tussen 0 % en 100 % van het ontwerpdebiet).

In stationair regime (constante buitentemperatuur) volgt uit vgl. (15) dat:

$$T_r = T_o + \frac{Q_l}{K} = T_o + \frac{Q_e}{K} \quad (16.a)$$

Substitutie van vgl. (11):

$$\begin{aligned} T_r &= T_o + (k/K) \left(\Delta T_{w,max}^2 - \Delta T_{max} \frac{Q_e}{\rho_w c_w V_w} \right)^{\eta/2} \\ T_r &= T_o + (k/K) \left(\Delta T_{w,max}^2 - \Delta T_{max} \frac{K(T_r - T_o)}{\rho_w c_w V_w} \right)^{\eta/2} \\ T_o + (k/K) \left(\Delta T_{w,max}^2 - \Delta T_{max} \frac{K(T_r - T_o)}{\rho_w c_w V_w} \right)^{\eta/2} - T_r &= 0 \end{aligned} \quad (16.b)$$

In de bovenstaande vergelijking zijn alle parameters behalve de ruimtetemperatuur T_r bekend. Het komt erop neer die waarde van T_r te vinden waarvoor het linkerlid van vgl. (16.b) nul oplevert.

Het eenvoudigste is beroep te doen op een numerieke oplosmethode die met de computer kan worden opgelost (bv. de bisectie-methode). Eenmaal de ruimtetemperatuur is gevonden, volgt de corresponderende warmteafgifte van de radiator uit vgl. (15).

V. DEELBELASTING: REGELING WATERAANVOERTEMPERATUUR

1. De warmteafgifte van een radiator hangt ook af van de wateraanvoertemperatuur. In plaats van het volumedebiet te regelen i.f.v. de belasting, is het ook mogelijk de wateraanvoertemperatuur te regelen i.f.v. de belasting.

Men kan nagaan welke wateraanvoertemperatuur vereist is om de gewenste ruimtetemperatuur T_r te handhaven bij een willekeurige buitentemperatuur T_o die groter is dan de minimale ontwerp-buitentemperatuur.

De vereiste warmteafgifte moet in balans zijn met het warmteverlies van de ruimte en volgt derhalve uit vgl. (15).

Het volumedebiet door de radiator is gegeven, nl. het volumedebiet dat werd bepaald voor de ontwerpcondities (het ontwerpdebiet). De temperatuurdeling ΔT_w van het water is dan eveneens bepaald cf. vgl. (10).

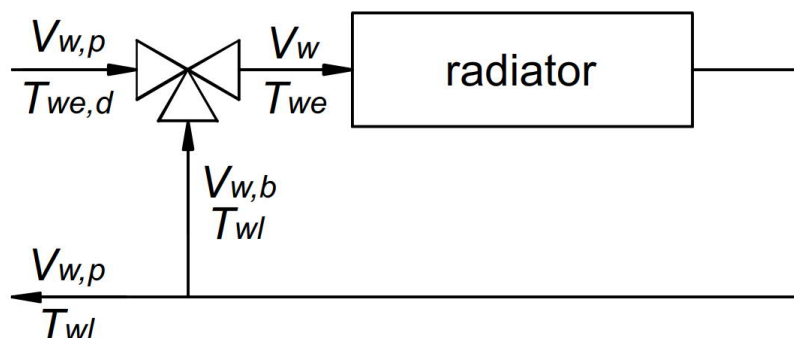
Vgl. (9) kunnen we schrijven als:

$$\Delta T_{w,max}^2 - \Delta T_{w,max} \Delta T_w - (Q_e/k)^{2/n} = 0 \quad (17)$$

Dit is een vierkantsvergelijking in de onbekende $\Delta T_{w,max}$. Deze vergelijking zal twee oplossingen hebben, waarvan één echter zonder fysische betekenis zal zijn (negatieve $\Delta T_{w,max}$). De vereiste wateraanvoertemperatuur volgt dan uit:

$$T_{we} = T_r + \Delta T_{w,max} \quad (18)$$

2. De vereiste wateraanvoertemperatuur T_{we} naar de radiator kan men bekomen door 'primair verwarmingswater', afkomstig van de verwarmingsketel en op de ontwerp-wateraanvoertemperatuur $T_{we,d}$ (cf. par. III), te mengen met 'retourwater', afkomstig van de radiator. De som van het debiet 'primair verwarmingswater' en het debiet 'retourwater' is gelijk aan het debiet dat naar de radiator stroomt. Het debiet dat naar de radiator stroomt is constant en steeds gelijk aan het ontwerpdebiet (cf. par. III).



In het mengpunt geldt de wet van behoud van energie:

$$T_{we,d} V_{w,p} + T_{wl} V_{w,b} = T_{we} V_w \quad (19)$$

$T_{we,d}$ = de wateraanvoertemperatuur van het 'primair verwarmingswater' [°C] = de wateraanvoertemperatuur onder ontwerpcondities (vereist voor het compenseren van de ontwerpbelasting).

$V_{w,p}$ = het gezochte volumedebiet 'primair verwarmingswater' [m³/s] onder deelbelasting.

T_{wl} = de watertemperatuur aan de uitgang van de radiator [°C]

$V_{w,b}$ = het volumedebiet 'retourwater' dat bypassed wordt naar het mengpunt [m³/s]

T_{we} = de bekomen wateraanvoertemperatuur aan de uitgang van het mengpunt [°C] = wateraanvoertemperatuur aan de ingang van de radiator.

V_w = het volumedebiet verwarmingswater dat door de radiator stroomt [m³/s] = het ontwerpdebiet bepaald met vgl. (13).

Het primair volumedebiet kan men uitdrukken in de verhouding tot het totaal volumedebiet dat door de radiator stroomt:

$$V_{w,p} = \left(V_{w,p} / V_w \right) \cdot V_w \quad (20)$$

Het bypassed volumedebiet volgt dan uit de wet van behoud van massa:

$$\begin{aligned} V_{w,b} &= V_w - V_{w,p} \\ &= V_w - \left(V_{w,p} / V_w \right) V_w \\ &= \left(1 - V_{w,p} / V_w \right) V_w \end{aligned} \quad (21)$$

Vgl. (20) en vgl. (21) invullen in vgl. (19) leidt tot:

$$\begin{aligned}
 T_{we,d} \left(V_{w,p} / V_w \right) + T_{wl} \left(1 - V_{w,p} / V_w \right) &= T_{we} \\
 T_{we,d} \left(V_{w,p} / V_w \right) - T_{wl} \left(V_{w,p} / V_w \right) &= T_{we} - T_{wl} \\
 \left(V_{w,p} / V_w \right) \left(T_{we,d} - T_{wl} \right) &= T_{we} - T_{wl} \\
 V_{w,p} &= \frac{T_{we} - T_{wl}}{T_{we,d} - T_{wl}} V_w
 \end{aligned} \tag{22}$$

Vgl. (22) laat toe te berekenen wat het volumedebiet 'primair verwarmingswater' onder deelbelasting moet zijn om de vereiste wateraanvoertemperatuur naar de radiator te bekomen.

De vereiste wateraanvoertemperatuur T_{we} onder deelbelasting werd onder randnr. 1 hierboven berekend. T_{wl} is de temperatuur van het water aan de uitgang van de radiator en volgt uit:

$$T_{wl} = T_{we} - \Delta T_w = T_{we} - \frac{Q_e}{\rho_w c_w V_w} \tag{23}$$

met Q_e de vereiste warmteafgifte van de radiator onder deelbelasting die volgt uit vgl. (15).

3. Opnieuw kan de vraag worden gesteld welke ruimtetemperatuur zich zal installeren bij een gegeven buitentemperatuur als er een willekeurige wateraanvoertemperatuur aan de ingang van de radiator heerst (tussen 0 % en 100 % van de ontwerpwaarde $T_{we,d}$).

Daartoe kan opnieuw vgl. (16.b) worden toegepast. In vgl. (16.b) zijn alle parameters behalve de ruimtetemperatuur T_r bekend. Het komt erop neer die waarde van T_r te vinden waarvoor de vergelijking nul oplevert (zie par. IV, randnr. 2).

VI. DE RADIATORKARAKTERISTIEK

1. De radiatorkarakteristiek is een grafiek die het verband weergeeft tussen het volumedebiet door de radiator en de warmteafgifte van de radiator, beide uitgedrukt in procent van hun resp. maximale waarde, bij een gegeven wateraanvoertemperatuur en een gegeven ruimtetemperatuur.

De maximale waarde van het volumedebiet kan het nominaal volumedebiet van de radiator zijn, die volgt uit de nominale specificaties, of het ontwerpdebiet dat vereist is voor de ontwerpbelasting van de ruimte waarin de radiator geplaatst wordt. Algemeen beschouwd is de maximale waarde van het volumedebiet dat volumedebiet dat door de radiator stroomt wanneer het radiatorventiel volledig openstaat.

Om de warmteafgifte Q_e van de radiator te bepalen, moet vgl. (11) worden opgelost naar Q_e . Vgl. (11) kunnen we uitwerken tot:

$$\Delta T_{w,max}^2 - \Delta T_{w,max} \frac{Q_e}{(\rho_w c_w V_w)} - \left(\frac{Q_e}{k}\right)^{2/n} = 0 \quad (24)$$

De moeilijkheid is hier dat vgl. (11) een impliciete vergelijking in de onbekende Q_e is. Het komt erop neer de waarde van Q_e te vinden, waarvoor het linkerlid in de vgl. (24) nul oplevert. Het eenvoudigste is beroep te doen op een numerieke oplosmethode die met de computer kan worden opgelost (bv. de bisectie-methode).

M.b.v. vgl. (24) kan bij een gegeven wateraanvoertemperatuur en ruimte-temperatuur de maximale warmteafgifte van de radiator berekend worden die correspondeert met de maximale waarde van het volumedebiet. Achtereenvolgens kan de warmteafgifte berekend worden voor volumedebieten kleiner dan de maximale waarde. De volumedebieten en bijbehorende warmteafgiften worden dan uitgedrukt in procenten:

$$V_w(\%) = \frac{V_w}{V_{w,max}} \times 100 \rightarrow Q_e(\%) = \frac{Q_e}{Q_{e,max}} \times 100 \quad (25)$$

Men zal vaststellen dat de radiatorkarakteristiek een convex verloop kent. De warmteafgifte van een radiator neemt dus niet lineair toe met het volumedebiet verwarmingswater dat door de radiator stroomt. Bij relatief kleine debieten zal over het algemeen gelden dat de warmteafgifte sterk toeneemt bij een zekere stapverandering van het volumedebiet, terwijl bij relatief grote debieten de warmteafgifte nog nauwelijks toeneemt voor dezelfde stapverandering van het volumedebiet.

2. De radiatorkarakteristiek kan ook worden benaderd met de algemene warmtewisselaarvergelijking:

$$\frac{Q_e(\%)}{100} = \frac{1}{\frac{a}{V_w(\%)/100} + (1-a)} \quad (26)$$

waarin voor een radiator de parameter a volgt uit:

$$a = n/2 \cdot \frac{\Delta T_{w,d}}{\Delta T_{w,max}} \quad (27)$$

n = de radiatorexponent

$\Delta T_{w,d}$ = de temperatuurdaling van het verwarmingswater in de radiator onder ontwerpcondities [K]

$$\Delta T_{w,d} = \frac{Q_{e,d}}{\rho_w c_w V_{w,d}} \quad (28)$$

$Q_{e,d}$ = de vereiste warmteafgifte onder ontwerpcondities = de ontwerpbelasting [W].

$V_{w,d}$ = het volumedebiet verwarmingswater onder ontwerpcondities = het ontwerpdebiet (cf. par. III, randnr. 4) [m³/s].

$\Delta T_{w,max}$ = de theoretisch maximale temperatuurdaling van het verwarmingswater in de radiator [K] = $T_{we} - T_r$. Noteer dat deze conditie kan bereikt worden wanneer het volumedebiet door de radiator nadert naar nul. Het water stroomt dan zo traag door de radiator dat het aan de uitgang van de radiator praktisch is afgekoeld tot de ruimtetemperatuur.