PARALLELSCHAKELING VAN EEN REËLE SPOEL MET EEN CONDENSATOR

IMPEDANTIE VAN DE SCHAKELING

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{Z} &= \frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C = \frac{1 + j\omega C \cdot \left(R + j\omega L\right)}{R + j\omega L} \\
Z &= \frac{R + j\omega L}{1 + j\omega C \cdot \left(R + j\omega L\right)} = \frac{R + j\omega L}{\left(1 - \omega^2 LC\right) + j\omega RC} \\
Z &= \frac{R\left(1 - \omega^2 LC\right) + \omega^2 RLC}{\left(1 - \omega^2 LC\right)^2 + \omega^2 \left(RC\right)^2} + j \cdot \frac{\omega L \cdot \left(1 - \omega^2 LC\right) - \omega R^2 C}{\left(1 - \omega^2 LC\right)^2 + \omega^2 \left(RC\right)^2} \\
Z &= \frac{R}{\left(1 - \omega^2 LC\right)^2 + \omega^2 \left(RC\right)^2} + j \cdot \frac{\omega\left[L \cdot \left(1 - \omega^2 LC\right) - R^2 C\right]}{\left(1 - \omega^2 LC\right)^2 + \omega^2 \left(RC\right)^2} \\
Z &= \frac{R}{\left(1 - \omega^2 LC\right)^2 + \omega^2 \left(RC\right)^2} - j \cdot \frac{\omega\left[\omega^2 L^2 C + R^2 C - L\right]}{\left(1 - \omega^2 LC\right)^2 + \omega^2 \left(RC\right)^2}
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

PARALLELRESONANTIE OF STROOMRESONANTIE

De (pulsatie)resonantiefrequentie ω_0 is de pulsatiefrequentie waarbij de parallelschakeling zich als een zuiver resistieve belasting gedraagt, m.a.w. het imaginair deel van de impedantie Z is nul. Uit deze resonantievoorwaarde volgt:

$$
\begin{aligned}
&\omega^2 L^2 C + R^2 C - L = 0 \\
&\omega^2 = \frac{L - R^2 C}{L^2 C} = \frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2 \\
&\omega = \sqrt{1/LC - \left(R/L\right)^2} = \omega_0
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

NOOT Alternatieve uitdrukking voor de resonantiefrequentie in termen van schijnbaar vermogen, waarbij de ohmse weerstand wordt verwaarloosd.

Het schijnbaar vermogen dat de spoel bij een gegeven pulsatiefrequentie ω en spanning U opneemt, volgt uit:

$$S_L(\omega) = \frac{U^2}{|Z_L|} \approx \frac{U^2}{\omega L} \Rightarrow L = \frac{U^2}{\omega S_L(\omega)} \quad \text{(a)}$$

Bijgevolg: als we het schijnbaar vermogen (reactief vermogen) kennen dat een spoel opneemt bij een gegeven frequentie en spanning, dan kunnen we met vgl. (a) de zelfinductiecoëfficiënt L van die spoel bepalen.

Het schijnbaar vermogen dat de condensator bij dezelfde pulsatiefrequentie ω en spanning U levert, volgt uit:

$$S_C(\omega) = \frac{U^2}{|Z_C|} = \omega C U^2 \Rightarrow C = \frac{S_C(\omega)}{\omega U^2} \quad \text{(b)}$$

Bijgevolg: als we het schijnbaar vermogen (reactief vermogen) kennen dat een condensator levert bij een gegeven frequentie en spanning, dan kunnen we met vgl. (b) de capaciteit C van die condensator bepalen.

M.b.v. vgll. (a) en (b) kunnen we vgl. (2) (waarin R = 0) uitwerken tot:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{\omega S_L(\omega)}{U^2} \cdot \frac{\omega U^2}{S_C(\omega)}} = \omega \sqrt{\frac{S_L(\omega)}{S_C(\omega)}} \quad \text{(c)}$$

Merk op dat in het geval van een transformator S_L gelijk is aan het kortsluitvermogen S_{SC} van de transformator. Tussen het kortsluitvermogen S_{SC} en het nominaal vermogen S_N van een transformator bestaat de betrekking:

$$S_{SC} = U_N \times I_{SC} = \frac{U_N^2}{|Z_T|} = \frac{S_N}{u_{SC}(\%)/100} \quad \text{(d)}$$

De impedantie Z van de parallelschakeling bij resonantie volgt dan uit:

$$
\begin{aligned}
Z &= \frac{R}{\left(1-\omega^2 LC\right)^2 + \omega^2\left(RC\right)^2} \\
&= \frac{R}{\left(1-\left(1/LC-\left(R/L\right)^2\right)LC\right)^2 + \left(1/LC-\left(R/L\right)^2\right)\cdot\left(RC\right)^2} \\
&= \frac{R}{\left(R^2C/L\right)^2 + R^2C/L - \left(R^2C/L\right)^2} \\
&= L/RC = Z_0
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Als de frequentie ω kleiner is dan de resonantiefrequentie ω_0, volgt dat moet gelden dat:

$$\omega^2 L^2 C + R^2 C - L < 0$$

en de totale impedantie Z van de parallelschakeling cf. vgl. (1) heeft de gedaante:

$$Z = R + j\left|X\right|$$

De parallelschakeling gedraagt zich als een inductieve belasting. De totale stroom naar de parallelschakeling ijlt na op de spanning over de parallelschakeling.

Als de frequentie ω groter is dan de resonantiefrequentie ω_0, volgt dat de parallelschakeling zich gedraagt als een capacitieve belasting:

$$Z = R - j\left|X\right|$$

De totale stroom naar de parallelschakeling ijlt voor op de spanning over de parallelschakeling.

De impedantie Z_0 bij de resonantiefrequentie ω_0 cf. vgl. (3) is de maximale impedantie van de parallelschakeling. Deze impedantie is zuiver resistief.

De totale stroom naar de parallelschakeling is dan minimaal (ingeval deze stroom geleverd wordt door een spanningsbron) en in fase met de spanning over de parallelschakeling:

$$\hat{I}_0 = \frac{\hat{U}}{Z_0} = \frac{RC}{L}U \tag{4}$$

De stroom door de condensator bij resonantie volgt uit:

$$\hat{I}_{C,0} = \frac{\hat{U}}{Z_{C,0}} = \frac{U}{-j/\omega_0 C} = j\omega_0 C \cdot U \tag{5}$$

De stroom door de reële spoel bij resonantie volgt uit:

$$\begin{aligned}
\hat{I}_{L,0} &= \frac{\hat{U}}{Z_{L,0}} = \frac{U}{R + j\omega_0 L} = \frac{R \cdot U}{R^2 + \omega_0^2 L^2} - j \cdot \frac{\omega_0 L \cdot U}{R^2 + \omega_0^2 L^2} \\
&= \frac{R \cdot U}{R^2 + \left(1/LC - \left(R/L\right)^2\right)L^2} - j \cdot \frac{\sqrt{1/LC - \left(R/L\right)^2}\, L \cdot U}{R^2 + \left(1/LC - \left(R/L\right)^2\right)L^2} \\
&= \frac{RC}{L} \cdot U - j \cdot \frac{\sqrt{L/C - R^2}}{L/C} \cdot U \\
&= \frac{RC}{L} \cdot U - j \cdot \sqrt{1/LC - \left(R/L\right)^2}\, C \cdot U \\
&= \left(RC/L - j\omega_0 C\right) \cdot U
\end{aligned} \tag{6}$$

Men stelt vast dat wanneer sprake is van resonantie:

– de reactieve stroomcomponent door de spoel even groot is als en in tegenfase is met de (reactieve) condensatorstroom cf. vgl. (5). Er wordt voortdurend energie heen en weer tussen spoel en condensator uitgewisseld.
– de actieve stroomcomponent door de spoel even groot is als de totale stroom die naar de parallelschakeling stroomt cf. vgl. (4). Deze stroom levert de nodige energie om het energieverlies in de weerstand *R* te compenseren.

De kwaliteitsfactor of stroomopslingeringsfactor Q is het getal dat bij resonantie aangeeft hoeveel keer de condensatorstroom of reactieve spoel-stroomcomponent groter is (opgeslingerd is) t.o.v. de totale stroom die naar de parallelschakeling stroomt.

$$Q = \frac{I_{C,0}}{I_0} = \frac{\mathrm{Im}\left(I_{L,0}\right)}{I_0} = \frac{\omega_0 C}{RC/L} = \frac{\omega_0 L}{R} \qquad (7)$$